può riguardarsi come intuitivo. Consideriamo infatti due punti

M(uy v) , *M' (u* -f- *du9 v*
-|- *dv)* , e le traiettorie
(?)> (? + <*?)

passanti per essi, e sia M_l l'intersezione della seconda trajettoria colla geodetica ortogonale passante per M. Questi punti formano un triangolo rettangolo in M_x , il cui cateto MM_l ha per valore *d<p.* Il far variare la costante nell'espressione (8) equivale a tener ferma l'ipotenusa *MM'* $_9$ variando la direzione del cateto MM_y. Ora egli è chiaro che la variazione di questo cateto è nulla (cioè d'ordine superiore al secondo) solamente quando la direzione di esso coincide con quella dell'ipotcnusa, ossia quando il punto *M'* è situato sulla geodetica passante pel punto M. Il porre uguale a o quella variazione equivale dunque allo stabilire la relazione che ha luogo fra gli incrementi *du, dv* relativi alle geodetiche del sistema; ed il porre la equivalente relazione finita

Dcp = cost.

equivale a scrivere l'equazione finita di queste linee.

La forma che assume la variazione *Dd<p* per le linee geodetiche, particolarizzazione della (5), merita d'essere notata, ed è la seguente :

*(EG — F^z)$u.dv — **
D a ® = ~ ± - ^ -

Facciamo due applicazioni semplicissime.

i° Quando la superficie è di rotazione, chiamando *u* l'arco di meridiano contato da un parallelo determinato, *v* la longitudine, *r* (funzione di *11)* il raggio del parallelo,
si ha

$$ds* = du^2 + r^2dv\|$$

e l'equazione differenziale delle linee geodetiche ha il seguente

integrai primo

r d u

dove r_0 è la costante arbitraria. Questo integrale rappresenta tutte le geodetiche ungenti al parallelo di raggio r_0 ed è facilmente traducibile in un notissimo teorema dovuto a CLAIRAUT. Partendo da questo integrale si trova

$$\int_{u_0}^{u} \frac{\sqrt{r^2 - r_0^2}\, du}{r} + r_0 v,$$